

Läsförståelse och matematik – behöver man lära sig läsa matematik?

Med utgångspunkt från min egen forskning kring läsförståelse av matematiska texter kommer jag att diskutera olika aspekter av läsning inom matematik. Behöver man lära sig läsa igen, eller på något nytt sätt, för att kunna läsa och förstå matematiska texter - och vad är det i så fall man behöver lära sig? Ofta brukar man koppla samman läsning inom matematik med att läsa uppgiftstexter, men jag vill förutom detta också diskutera en annan sida av läsning, som handlar om huruvida elever och studenter kan läsa texter för att på egen hand lära sig matematik.

Magnus Österholm är doktorand i matematik med ämnesdidaktisk inriktning vid Linköpings universitet samt i den nationella forskarskolan inom matematikdidaktik. maost@mai.liu.se

Föreläsning

Gs Gy Vux Högsk Lärutb

Dokumentation

Läsandets roll i matematikutbildning

Att lösa olika typer av matematiska uppgifter och problem är nog den vanligaste aktiviteten inom matematikutbildning. Även om uppgifter och problem kan uppstå och förmedlas på olika sätt, är nog uppgifter givna i text allra vanligast. Detta gör att läsning och läsförståelse blir en viktig faktor inom matematik.

Ett viktigt generellt mål med utbildning kan anses vara att få studerande att utvecklas som självständiga personer när det gäller att ta till sig information av olika typer och att lära sig på egen hand. Att kunna läsa, förstå och lära sig från texter blir då en central aspekt av vad utbildning borde fokusera på – även inom matematik. Synen på kunskap inom matematik verkar också vara på väg att nyanseras i bland annat denna riktning. I ett projekt i Danmark beskrivs till exempel matematisk kunskap med hjälp av åtta kompetenser (Niss & Højgaard Jensen, 2002), något som arbetsgrupper bakom förslagen på nya kursplaner för svenska gymnasiet verkar ha inspirerats av.

Man kan alltså diskutera läsning och matematik på (minst) två olika sätt:

- *Läsning kopplat till att lösa givna uppgifter:* Läsning blir indirekt kopplat till förståelse och lärande i matematik eftersom läsning kan ses som förutsättning för att kunna ta sig an problemet som beskrivs. Därmed inte sagt att denna typ av läsning bör trivialiseras – denna situation kan tänkas kräva speciell typ av läsförståelse.
- *Läsning för att förstå och lära sig på egen hand:* Läsning blir direkt kopplat till förståelse och lärande eftersom detta är läsningens direkta syfte. Men behöver man lära sig att läsa på nytt när man kommer till läsning av matematiska texter, eller handlar det bara om att innehållet i texten är speciellt och att man klarar sig med att läsa texten på samma sätt som andra texter?

Att läsa och att lösa uppgifter

Vissa diskussioner har förekommit om det språkliga innehållet i de nationella proven i matematik, och vissa menar att man bör minska mängden text för att ”renodla” matematiken. Men är förhållandet mellan matematik och språk så enkelt att man kan separera matematik och matematisk kunskap från språk? En diskussion kring läsförståelse och lösning av matematiska uppgifter kan belysa denna fråga.

Här följer två exempel på uppgifter som kan klassas som matematiska men som också har ett ganska stort allmänt språkligt innehåll:

- A. Kalle har 5 kronor. Kalle har 3 kronor mer än Lisa. Hur mycket pengar har Lisa?
- B. Markus, Anna och Eva plockade gurkor under sommarlovet. En dag plockade de 440 liter gurkor tillsammans. Markus plockade dubbelt så mycket som Anna. Eva plockade 40 liter mer än Markus. Hur många liter plockade Anna?

Ibland verkar argument finnas för att man behöver en viss typ av lässtrategi för att klara av dessa typer av uppgifter, till exempel att man ska fokusera på vissa typer av nyckelord och att läsa och ”översätta” bit för bit av texten. Dessa typer av strategier liknar försök att renodla texten från vanligt språk och översätta texten till matematik, det vill säga att fokus ligger på *texten i sig*, och egentligen inte på *betydelsen* av texten (möjligen fokuseras på betydelsen av vissa delar av texten, men inte på texten som helhet)! Att översätta en text till exempel från svenska till engelska ord för ord kan gå ganska bra, även om resultatet inte blir grammatiskt korrekt så är det oftast förståeligt också i det nya språket. Att matematiken också är ett språk brukar man höra ibland, så borde detta inte då också fungera för matematik? Ett försök till att översätta uppgiftstexterna skulle kunna vara:

- A. $5+3=8$
- B. $2x+40+x=440$

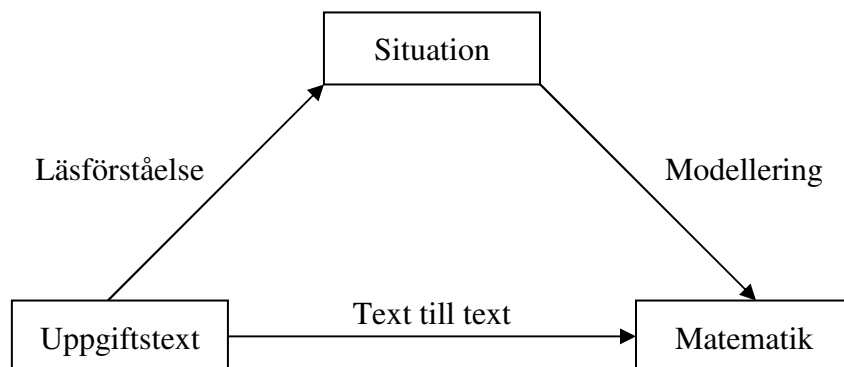
En undersökning bland elever i år 9 visade att för uppgift B var det ganska många som angav ovan nämnda ekvation för att lösa uppgiften (Nilsson, 2004). Detta försök till översättning verkar fokusera på tre delar i texten: ”440 liter tillsammans”, ”dubbelt så mycket” och ”40 liter mer”, som sedan kombineras till en ekvation. För uppgift A kan fokus i texten ligga på ”5 kronor” och ”3 kronor mer”.

Problemet med dessa typer av speciella lässtrategier verkar alltså vara att de fokuserar på texten i sig, och hur den ska ”översättas”, istället för att fokusera på den *situation* som texten beskriver, och försöka ”översätta” den till matematik (se figur). Modellering kan man kalla det sistnämnda, något som kräver en situation beskriven i vanligt språk eftersom att skapa en modell just handlar om att översätta något ”utanför” matematiken till matematik.

Jag tror de flesta kan vara överens om att i princip alla elever i år 9 faktiskt har förmågan att *förstå situationen* som är beskriven i uppgift B – texten är inte språkligt komplicerad. Anledningen till att vissa inte klarar av uppgiften verkar alltså ha att göra med att de utvecklat vissa (starkt begränsade) strategier för att ta sig an dessa uppgifter. Anledningen till att de utvecklat dessa är antagligen för att de visat sig vara någorlunda effektiva för att lösa vissa typer av uppgifter! (För mer diskussioner kring förhållandet mellan läsförståelse och problemlösning, se Österholm, 2006.)

Dessa diskussioner kring lösning av uppgifter behandlar ju texter som beskriver en situation ”utanför” matematiken som behöver ”översättas” till matematik. Men även läsning av ”inommatematiska” texter kan vara intressanta att diskutera, vilket här kommer att göras

genom att diskutera läsning för att förstå och lära sig, och speciellt användningen av symboler i texter.



Läsning för att förstå och lära sig matematik

Jag kommer här att beskriva och diskutera resultat från min egen forskning. Det blir dock en mycket kortfattad beskrivning av de metoder och analyser jag genomfört i en specifik studie från min licentiatavhandling (se Österholm, 2004).

I studien deltog gymnasieelever från år tre på det naturvetenskapliga programmet samt universitetsstudenter från ingenjör-, civilingenjör- och lärarutbildningar som alla läst några matematikkurser på universitetet (i algebra och matematisk analys). Deltagarna fick läsa två texter, en matematiktext om grundläggande begrepp inom gruppteori och en historietext om de ryska revolutionerna. Matematiktexten fanns i två versioner, en som använde sig av symboler och en som inte alls använde symboler. Hälften av deltagarna läste texten med symboler och andra hälften den utan. Samtliga läste dock samma historietext. Innan de läste texterna testades deras förkunskaper och efter testades deras läsförståelse.

Resultat från jämförelser mellan läsförståelse för de olika texterna visade likheter mellan historietexten och matematiktexten utan symboler samt skillnader mellan matematiktexten med symboler jämfört med de två övriga texterna. För dessa texter verkar det alltså inte vara det matematiska innehållet som mest påverkar läsförståelsen utan mer hur detta innehåll presenteras (med eller utan symboler). Jämförelse mellan de båda matematiktexterna visade att läsförståelsen var bättre för texten utan symboler. Det verkar alltså som deltagarna läser texten med symboler på ett speciellt sätt jämfört med andra texter, vilket i detta fall inte verkar vara särskilt gynnsamt. Jämförelse mellan gymnasieelever och universitetsstudenter visade också att det inte fanns någon signifikant skillnad mellan dessa avseende deras läsförståelse för matematiska texten med symboler, men en bättre läsförståelse för texten utan symboler bland universitetsstudenter. Det verkar alltså inte ske någon direkt förbättring av läsning av texter med symboler efter några kurser på universitetet!

Likheten i läsförståelse mellan matematiktexten utan symboler och historietexten visar också att det verkar finnas en potential att ta sig an matematiktexter på liknande sätt som andra texter och fortfarande skapa förståelse. Kanske skulle denna allmänna typ av läsförmåga också vara användbar för texten med symboler men att problemet för deltagarna är att de inte "aktiverar" denna, utan att de skapat en speciell typ av lässtrategi för texter av denna typ (innehållande symboler). Kanske kan detta vara samma fenomen som diskuterades för lösning av uppgifter, att läsningen sker på ett mer ytligt sätt där fokus ligger på vissa nyckelord eller delar av texten och inte på helheten.

Symboler kanske är nyckeln till dessa diskuterade typer av (brister i) läsförståelse. Man kan nämligen betrakta symboler på åtminstone två olika sätt; med fokus på symbolens *operativa betydelse* (vad man kan och inte kan göra med symbolen, t.ex. avseende räkneregler) eller med fokus på symbolens *semantiska betydelse* (precis som för vanliga ord, att de står för något). I min egen undervisning på en inledande universitetskurs i matematik noterade jag att en grupp av studenter verkade läsa symboliska uttryck med fokus på den operativa betydelsen och inte alls på den semantiska. De var nämligen mycket osäkra på att utläsa följande uttryck: $\{x \in Z : x > 0\}$, speciellt var det ingen som använde sig av ordet ”mängd” i sina utläsningsförsök. (Ett sätt att utläsa uttrycket är ”mängden av alla positiva heltal”.) Men de klarade av att *göra* ganska mycket med sådana uttryck i olika situationer. Ett fokus på operativa betydelser (av symboler eller i allmänhet) kan möjligen skapa ett fokus i läsning på nyckelord som antas berätta vad man ska göra med de storheter eller uttryck som beskrivs i texter. Detta kanske alltså inte bara är relevant när man läser uppgiftstexter utan även vid läsning av texter som beskriver och förklarar något för att få läsaren att förstå och lära sig något.

Behöver man lära sig läsa matematik?

Det kan vara på sin plats att som avslutning försöka besvara den fråga som tas upp i titeln. Utifrån de diskussioner som här genomförts menar jag att svaret på den frågan måste bli: JA! Det verkar finnas åtminstone två olika typer av läskunskap man kan fokusera på:

1. Att på ett effektivt sätt lära sig utnyttja mer allmänna läsförmågor även när det gäller matematiska texter.
2. Att lära sig läsa symboler på flera olika sätt, speciellt att se symbolers relation till vanligt språk och inte endast som delar av procedurer eller algoritmer.

Hur kan man då gå tillväga för att få elever och studenter att lära sig dessa saker? Som inom all undervisning finns det tyvärr inget direkt svar på den frågan, men utifrån de genomförda diskussionerna kan man i alla fall notera vissa saker.

För punkt 1 så kan man fokusera på att inte gå genvägen att försöka översätta text direkt till matematik utan att gå via den situation som texten beskriver, dvs. att fokusera också på modellering. Detta ställer krav på uppgifter man ger till elever och studenter så att de inte indirekt uppmuntrar en sådan genväg, dvs. att uppgifterna inte bör gå att lösa genom att på ett ytligt sätt översätta texten i sig.

För punkt 2 så kan man fokusera på översättningar mellan symboliska uttryck och vanligt språk. Detta kan ske både muntligt och skriftligt, men min egen erfarenhet pekar på att försök till muntliga översättningar tenderar att göras för snabbt och därmed slarvigt, åtminstone bland personer som inte är vana med dessa typer av övningar.

Avslutningsvis kan konstateras att om man ska lära sig läsa matematiska texter i matematikutbildning, så bör också läskunskap lyftas fram i examinationer inom matematik och inte bara tas för givet. Hur man kan göra detta har jag dock ännu inte undersökt, men kan vara en intressant sak att gå vidare med...

Referenser

Nilsson, D. (2004) *Att skriva en ekvation. En studie av hur elever i år 9 översätter en matematisk problemtext till en ekvation*. Examensarbete, Matematiska institutionen, Linköpings universitet.

Tillgänglig via: <http://www.diva-portal.org/liu/undergraduate/abstract.xsql?dbid=2548>

- Niss, M. & Højgaard Jensen, T. (red.) (2002). *Kompetencer og matematiklæring - ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Rapport nr. 18 - 2002. København: Undervisningsministeriets forlag.
Tillgänglig: <http://pub.uvm.dk/2002/kom/hel.pdf>
- Österholm, M. (2004). *Läsa matematiska texter: Förståelse och lärande i läsprocessen*. Licentiatavhandling, Matematiska institutionen, Linköpings universitet.
Tillgänglig: http://www.ep.liu.se/lic/science_technology/11/34/digest.pdf
- Österholm, M. (2006). *A reading comprehension perspective on problem solving*. Bidrag till Madif 5, matematikdidaktiskt forskningsseminarium, 24-25 januari 2006, Malmö.
Tillgänglig via: <http://www.mai.liu.se/~maost/publicerat/>